Pro babi lida des

Realizado por:

Ana Isabel Coutinho n 1

Inês Coutinho n 13

Sílvia Costa n 16

12 A

Introdução

" A teoria das probabilidades, no fundo, não é mais do que o bom senso traduzido em cálculo; permite calcular com exactidão aquilo que as pessoas sentem por uma espécie de instinto... É notável que tal ciência, que começou nos estudos sobre jogos de azar, tenha alcançado os mais altos níveis do conhecimento humano."

É a partir desta frase proferida por Laplace que iniciamos o nosso trabalho sobre a história das Probabilidades.

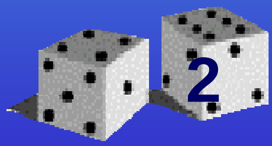
De facto desde que o Homem existe que existe também a noção de sorte ou de azar.

Matemáticos como Pascal, Pierre de Fermat e especialmente Laplace adquiriram notoriedade ao atribuírem ao estudo das probabilidades verdadeiros contornos matemáticos.

A teoria das probabilidades evoluiu de tal forma que no século XX possui uma axiomática própria dentro da teoria matemática. Este feito deve-se essencialmente a Kolmogorov.

Neste trabalho pretendemos dar a conhecer um pouco da história das Probabilidades e dos seus protagonistas.

Apresentamos também alguns problemas probabilísticos que podem ajudar a uma melhor compreensão deste tema.



Um pouco de teoria...

A probabilidade torna-se muito difícil de definir porque parte de uma noção que nos é inata. Sendo por isso muito utilizada no nosso quotidiano quando, por exemplo, dizemos: “Olha o céu está todo cinzento, provavelmente amanhã vai chover!”. Podemos referir que as probabilidades quantificam a margem de sucesso ou insucesso de um acontecimento.

Espaço amostral de uma experiência é o conjunto de todos os resultados que é possível obter numa experiência aleatória e é representado por S ou .

Na experiência podemos encontrar os seguintes acontecimentos:

$\Rightarrow$elementar – aquele que tem um único elemento do espaço amostral, por exemplo, sair cara da 1ª vez e escudo no 2ª lançamento (A= (Cara,Escudo))

$\Rightarrow$composto – aquele que tem mais que um elemento do espaço amostral, por exemplo, sair cara e escudo (B=(Cara,Escudo);(Escudo,Cara))

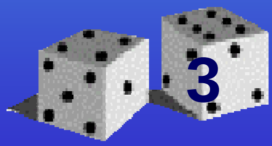
$\Rightarrow$certo – aquele que tem todos os elementos do espaço amostral, por exemplo sair cara ou escudo (C=(Cara,Cara);(Cara,Escudo);(Escudo,Cara);(Escudo,Escudo))

$\Rightarrow$impossível – aquele que não tem nenhum elemento do espaço amostral, por exemplo, sair Joker (D=)

$\Rightarrow$contrários – quando dois acontecimentos E e F são certos e a reunião entre eles é os espaço amostral (EF=S), por exemplo, sair cara ou escudo.

$\Rightarrow$incompatíveis – dois acontecimentos dizem-se incompatíveis quando a sua intersecção é nula (GH=) e a sua reunião não é o espaço amostral (), por exemplo sair o número 2 de um dado e a cara de uma moeda.

As experiências podem ainda ser aleatórias ou deterministas, aleatórias quando o seu resultado pode ser previsto mas não é certo, deterministas quando sabemos ao certo o que vai acontecer.



Protagonistas da história das probabilidades

Luca Pacioli (1445 - 1510);
Niccolo Fontana (Tartaglia) (1449 - 1557);
Girolamo Cardano (1501 - 1576);
Galileu Galilei (1564 - 1642);
Pierre de Fermat (1601 - 1665);
Blaise Pascal (1623 - 1662);
Pierre Simon Laplace (1749 - 1827);
Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855);
Andrey Nicolaevich Kolmogorov (1903 - 1987)

Luca Pacioli

Matemático italiano franciscano também conhecido por Luca di Borgo.

Estudou em Veneza e em 1470 compôs o seu primeiro tratado sobre matemática.
Deixou a vida de mercador por esses anos e fez-se franciscano, quando ensinou matemática em Perusa, Nápoles, Milão, Pisa, Bolonha, Veneza e Roma.

O seu estudo *Divina Proportione* (Veneza 1503) é valorizado pelas figuras que foram desenhadas por Leonardo Da Vinci.

Niccolo Fontana - Tartaglia

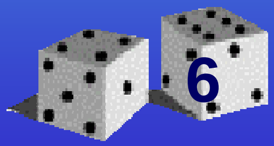
Ensinou na universidade de Veneza desde 1534, tendo antes leccionado em Verona, Milão e Brescia.

O nome de Tartaglia resultou da alcunha que lhe foi posta pela gaguez que o atingiu por ter sido ferido com um sabre no palato, aquando do cerco de Brescia, em 1512.

É considerado um exemplo notável de autodidacta.

Descobriu em 1534 a resolução das equações de 3o grau, mas manteve em segredo os seus resultados.

Realizou estudos sobre o triângulo aritmético, que irá ser considerado mais tarde por Pascal.

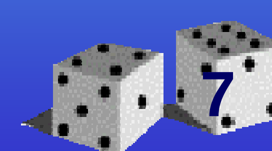


Girolamo Cardano

Médico, matemático, filósofo, astrológo e jogador italiano. É lembrado pela sua teoria sobre a sorte, trabalhos algébricos e muitas publicações médicas, sobretudo pela sua primeira descrição clínica da febre tifóide.

Nasceu em Pavia e aí se tornou professor de medicina em 1543. Escreveu duas obras sobre física e ciências naturais: De Subtilitate Rerum (1551) e De Varietate Rerum (1557).

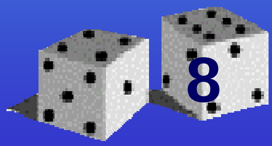
Cardano, como astrólogo que era, predisse o seu próprio futuro e ao ler nas estrelas que só viveria até à idade de 75 anos, cometeu suicídio a 21 de Setembro, 1576.



Galileu Galilei

Galileu foi o autor de um manual sobre jogos, “Considerações sobre o Jogo de Dados”. Foi aqui que surgiu, pela primeira vez, uma comparação explícita de frequências de ocorrência.

Físico, Matemático e astrônomo Italiano, Galileu Galilei (1564-1642) descobriu a lei dos corpos e enunciou o princípio da Inércia.



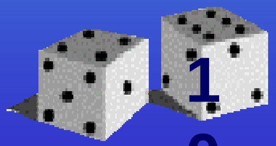
Pierre de Fermat

Matemático francês que, com Blaise Pascal, fundou a teoria das probabilidades e a moderna teoria dos números. Fermat contribuiu igualmente para a geometria analítica.
Licenciou-se em direito na Universidade de Orleães.
Tornou-se magistrado em Toulouse. Recusou publicar qualquer das suas descobertas em matemática, que são conhecidas apenas pelas suas cartas.
Trocou correspondência com Descartes, mas também com Blaise Pascal.

Blaise Pascal

Descobriu aos doze anos as proposições de Euclides sem nunca as ter estudado. Aos 17 anos escreve "Ensaio sobre as secções cónicas" no qual inclui o célebre Teorema de Pascal. Em 1653 desenvolve o estudo das propriedades do triângulo que tem o seu nome.

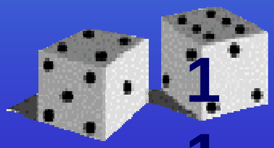
O seu trabalho foi importante devido às técnicas de contagem que desenvolveu e à maquina de calcular, que viria a ser a base das actuais calculadoras. Estas técnicas de contagem e a calculadora permitiram resolver muitos problemas de probabilidades. A troca de correspondência que manteve com Fermat marca o nascimento da teoria matemática das Probabilidades.



Pierre Laplace

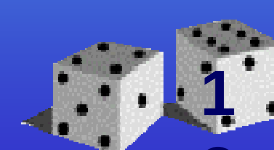
Astrónomo e matemático francês. Entre as suas realizações matemáticas conta-se o desenvolvimento da teoria probabilística. Devemos referir que a grande importância de Laplace no contexto deste trabalho remete para a Lei de Laplace, em que a probabilidade de um acontecimento (P) seria igual ao quociente da divisão entre os casos favoráveis e os possíveis para esse acontecimento.

P(A) = Casos favoráveis / Casos Possíveis



Carl Friedrich Gauss

Matemático alemão conhecido por suas contribuições na área de física, especialmente por seus estudos do electromagnetismo. Na teoria numérica, desenvolveu o teorema dos números primos e na teoria da probabilidade desenvolveu o importante método dos mínimos quadrados, além das leis fundamentais da distribuição da probabilidade. O diagrama normal da probabilidade passou a chamar-se curva de Gauss.



Andrey Nikolaevich Kolmogorov

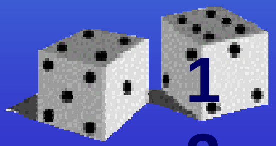
Filho de mãe solteira, Andrey Kolmorov foi educado pela tia materna. O seu apelido (devido à sua nobreza) causou-lhe problemas na Rússia Bolchevique.

Após ter deixado a escola trabalhou nos caminhos-de-ferro, e em 1920 ingressou na Universidade de Moscovo.

Em 1933 publica um livro no qual estabelece as bases da axiomática probabilística.

Acerca das probabilidades, é sua a seguinte frase:

"A teoria das Probabilidades, como disciplina matemática, pode e deve desenvolver-se a partir de axiomas, exactamente como a Geometria ou a Álgebra."



A Origem das Probabilidades

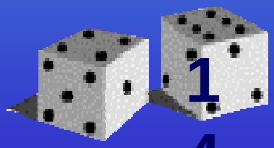
Tal como qualquer ramo da ciência o estudo das probabilidades começou por se efectuar a nível do quotidiano, com a observação de fenómenos diários e como explicação para muitas situações que ocorriam aleatoriamente, tantas vezes julgadas por desejos de ordem Divina.

Com o passar do tempo e com o surgimento de mentes capazes de ver mais longe, a probabilidade começou a ser tratada como uma questão matemática, e assim foi evoluindo até ao que estudamos hoje em dia.

Deste modo, o surgimento do estudo das probabilidades pode considerar-se em duas fases:

- A “Pré-História” das Probabilidades
- O Estudo das Probabilidades como um ramo da Matemática

De seguida vamos proceder a uma breve abordagem destes dois momentos na História das Probabilidades.



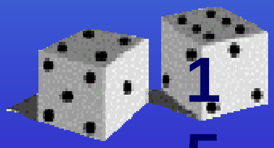
A Pré-história das Probabilidades

As Probabilidades existem há muito tempo, desde 1500-1400 a.C., desde que o Homem pegou num dado e jogou. Os Jogos de Azar tornaram-se populares na época dos gregos e dos romanos, pela mão do Imperador Cláudio, que até em viagem jogava dados.

Há quem acredite que o cálculo das probabilidades nasceu com os italianos Paccioli, Cardano, Tartaglia e Galileu.

Paccioli foi o primeiro a estudar um problema probabilístico: o problema dos pontos. No entanto, este problema só foi solucionado por Cardano no seu livro "Liber de Ludo Aleae" onde resolveu problemas de enumeração, introduzindo uma rudimentar noção de esperança matemática. Apesar de ter sido o primeiro a introduzir técnicas combinatórias, limitou-se à resolução de problemas concretos. Galileu foi o autor de "Considerações sobre o jogo de dados" no qual surge pela primeira vez uma comparação explícita de frequências de ocorrência.

Todos estes matemáticos baseavam o seu estudo na observação de fenómenos aleatórios sobre os quais inferiam baseados no senso comum, o que consideravam como curiosidades matemáticas.



Probabilidade - Um Ramo da Matemática

A génese das probabilidades costuma atribuir-se às questões postas a Pascal pelo Cavaleiro De Meré. A correspondência trocada entre Pascal e Fermat, na sequência da dúvida do Cavaleiro, representa um passo em frente no domínio das probabilidades.

Em 1654, foi colocado a Pascal o seguinte problema:

“Dois jogadores jogam um jogo de dados. Cada jogador põe sobre a mesa a mesma quantia, 32 pistolas, moedas da altura. O total seria ganho pelo jogador que primeiro obtivesse três vezes, seguidas ou não, o número em que apostou, de entre as 6 faces do dado.

Ora, De Méré apostou no 6 e o outro no 5. Mas o jogo teve de ser interrompido quando De Méré já tinha duas saídas de 6 e o outro jogador apenas uma de 5.

Como dividir de um modo justo as 64 moedas apostadas?”

A noção de independência está presente em todo o problema, já que a solução parte da determinação da probabilidade que cada jogador tem de ganhar em cada momento, conforme a evolução do jogo.

O problema resolve-se da seguinte forma, pela voz do próprio Pascal numa das suas cartas:

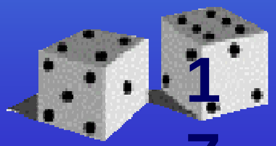
«Suponhamos que o primeiro já tem duas saídas (saídas favoráveis) e o outro uma; a partida que se segue agora é tal que se o primeiro ganha, ganha todo o dinheiro em jogo, a saber, 64 pistolas; se o outro a ganha ficam empatados, duas contra duas e por consequência, se tiverem de se separar, cada um deverá tirar o que pôs, ou seja, 32 pistolas.»

A partir deste ponto o matemático fala na 1a pessoa, como se fosse o 1o jogador:

«Ora eu estou então seguro de ter 32 pistolas porque, mesmo perdendo, as ganho; quanto às outras 32, talvez eu as terei, talvez vós as tereis: o azar é igual. Partilhemos pois essas 32 pistolas pela metade e assim receberei 16 além das 32 que já me estão asseguradas.»

Os dois matemáticos trocaram então as suas resoluções, ambas correctas, alargando mais tarde a solução deste problema a outras situações, por exemplo:

«Na próxima jogada se o primeiro ganha, fica com tudo; se o segundo ganha fica a situação anterior (2-1) já descrita, em que o primeiro jogador tem direito a 48 pistolas. Então o primeiro tem 48 pistolas seguras porque, na pior das hipóteses, ganha - as. Quanto às restantes devem ser divididas por 2, o que dá um total de 56 para o primeiro jogador e 8 para o segundo.»



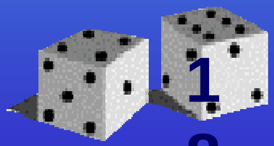
Tanto Pascal como Fermat obtiveram a solução correcta. Ao trocar correspondência novamente, perceberam logo que seria necessário empregar técnicas de combinatória para solucionar os diferentes problemas de probabilidades.

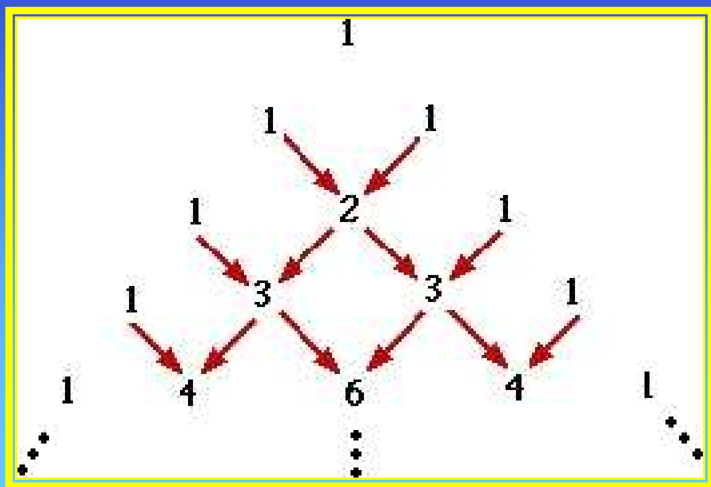
Os dois trabalharam independentemente uma maneira rápida e lógica de fazerem enumerações probabilísticas.

Fermat seguiu o caminho do cálculo combinatório, continuando Cardano.

Pascal preferiu a técnica utilizada por Tartaglia, desenvolvendo a técnica do triângulo aritmético.

Pascal foi por isso aquele que é considerado o pai do triângulo aritmético, mesmo que este já tivesse sido descoberto por chineses e islamitas, e vagamente estudado por Tartaglia. Publicou o «Tratado do Triângulo Aritmético», onde era apresentado um triângulo, em que os números de cada linha indicam de quantas formas diferentes se podem escolher **p** objectos de uma colecção de **n** objectos, sem atender à ordem desses objectos.



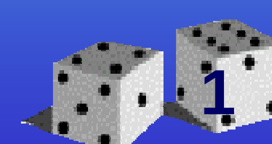


Na figura ao lado apresentamos um triângulo em construção, em que o primeiro 1 corresponderia a (devido ao facto do triângulo de Pascal se iniciar em zero), o segundo , e assim sucessivamente, em que cada número do triângulo poderá ser obtido por , se ***n*** for o nº da linha do triângulo e ***p*** a ordem do termo nessa mesma linha.

O estudo deste triângulo serviu ainda a Newton como plataforma de arranque para o desenvolvimento das propriedades do binómio, que iria permitir, de um modo rápido e fácil calcular um termo qualquer do triângulo. A fórmula obtida por Newton pode ser dada por:

$$T_p = {}^{n}C_{p-1} \times a^{n-p+1} \times b^{p-1}$$

em que ***T*** é termo de ordem ***p*** e ***n*** é o grau do binómio também correspondente à linha ***n*** do triângulo de Pascal.



Anos depois de Pascal ter previsto que a aliança do rigor geométrico com a incerteza do azar daria origem a uma nova ciência, Huygens, entusiasmado pelo desejo de "dar regras a coisas que parecem escapar á razão humana" publicou "*De Ratiociniis in Ludo Aleae*" (Tratado sobre o Raciocínio nos Jogos de Azar).

Esta obra, considerada como o primeiro livro incidente directamente sobre o cálculo de probabilidades, é notável especialmente por também introduzir o conceito de esperança matemática. Huygens teve ainda o cuidado de relatar nesta publicação o conteúdo das cartas trocadas entre Fermat e Pascal, cujo grande mérito saía evidenciado.

Leibniz, anos mais tarde, veio a ocupar-se também das probabilidades. Publicou duas obras, uma sobre a "arte combinatória" e outra sobre as aplicações do cálculo das probabilidades às questões financeiras, marcando o começo da expansão do cálculo das probabilidades, que viria cada vez mais a ganhar terreno como aplicação noutros campos da ciência.

Foi ainda responsável pela incursão de Jakob Bernoulli na teoria das probabilidades. A obra que publicou, "*Ars Conjectandi*", contem o primeiro teorema limite da teoria das probabilidades que é rigorosamente provado. Infelizmente pela altura da publicação da obra Bernoulli tinha já falecido há oito anos. No entanto pode afirmar-se que foi devido às suas contribuições que o cálculo das probabilidades adquiriu o estatuto de ciência. O Teorema de Bernoulli, que hoje estudamos na escola como forma mais fácil de determinar probabilidades em caso de provas repetidas, é também obra deste matemático.

Não menos importante é a sua Lei dos Grandes Números, que caracteriza a definição frequencista de Probabilidade, que nos diz que para um grande número de experiências, tendo cada uma um resultado aleatório, a frequência relativa de cada um desses resultados tende a estabilizar, convergindo para um certo número que constitui a probabilidade desse resultado.

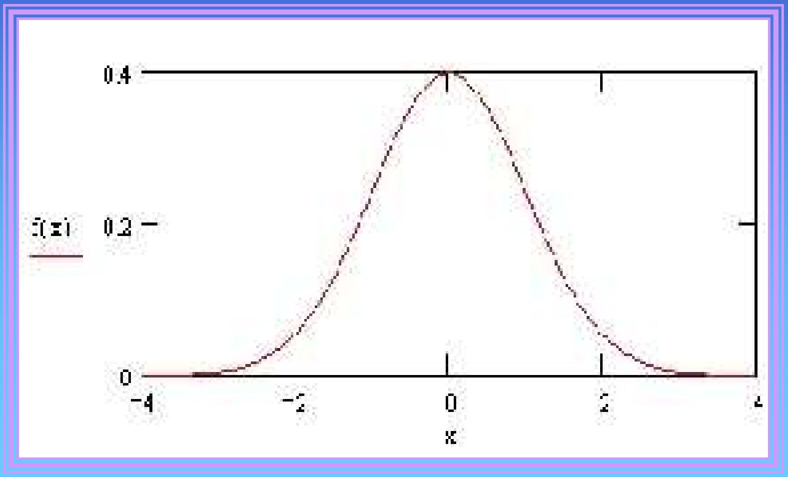
No decorrer da história probabilística, matemáticos como Laplace, Gauss e Quetelet assumem um papel de grande importância. Ao primeiro, Laplace, atribui-se a chamada Lei de Laplace, que nos permite, sem recurso à experiência e quando de trata de casos de equiprobabilidade, calcular a probabilidade de um acontecimento. Esta lei pode enunciar-se como sendo a probabilidade de um acontecimento A que é igual ao quociente entre o número de casos favoráveis ao acontecimento e o número de casos possíveis.

Segue-se Gauss com o estudo, entre outras coisas, da distribuição normal, das suas características e as suas aplicações.

A distribuição normal, à qual Gauss chegou a partir do estudo da distribuição do erro de medidas físicas, adquiriu este nome devido a ser muito usual nas situações da vida quotidiana.

Seria portanto uma distribuição, que quando elaborado o gráfico, adquiriria uma forma de sino, em que o ponto mais alto corresponderia à média.

A média seria responsável pela divisão do gráfico em duas partes relativamente semelhantes, tomando o gráfico uma forma simétrica.



Encontramos a distribuição normal, ou curva de Gauss, quando estudamos e elaboramos gráficos cujas variáveis são, por exemplo, o peso, a altura, o número de filhos, o Quociente de Inteligência (Q.I.) ou até a reacção a medicamentos.

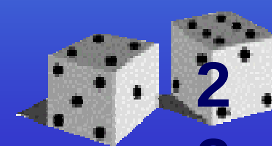
Mais tarde Quetelet destaca-se nos seus estudos de fenómenos sociais, aos quais aplicou a Teoria das Probabilidades, apoiando Gauss na sua tentativa de alargamento do campo de aplicações do Cálculo das Probabilidades.

Foi na União Soviética que o século XX viu nascer os que viriam a ser os grandes impulsionadores da Probabilidade deste século.

Na procura de um fundamento lógico e teórico estabelecido e ordenado para o estudo das Probabilidades, destaca-se a escola de São Petersburgo, onde matemáticos como Tchébychev (1821-1894), Markov (1856-1922) e Liapounov (1857-1918), se notabilizaram pelo facto de terem tornado a teoria probabilística um instrumento eficaz e fiável do conhecimento.

No seguimento destes matemáticos, já inserido na escola soviética, encontramos Andrey Kolmogorov, matemático rigoroso e ordenado, que foi capaz de axiomatizar correctamente a teoria das probabilidades. Realizou também o estudo dos seus axiomas, demonstrando-os.

Não são de esquecer as contribuições de Fisher (1890-1962) , para a Estatística Moderna a partir da Teoria das Probabilidades e também as de Wald (1902-1950) no estabelecimento da teoria da decisão, muitas vezes utilizadas nos departamentos de marketing e gestão das grandes empresas.



Probabilidades na actualidade

Se estudamos as probabilidades como uma teoria, não nos devemos esquecer que a virtude do Cálculo das Probabilidades reside no facto da sua aplicação desde a vida quotidiana até às ciências actuais.

A verdade é que em qualquer ciência o acaso e a incerteza ocupam um lugar importante que é necessário quantificar para minorar a margem de erro.

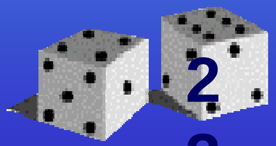
Quando falamos de ciências económicas e sociais, falamos também de leis que são baseadas muitas vezes na análise de grande quantidade de factos semelhantes, tendo por base o cálculo probabilístico.

Na química quântica, as probabilidades desempenham também um papel muito importante na distribuição de electrões num átomo.

A partir do conhecimento da probabilidade de determinado electrão estar em determinado sítio criam-se nuvens electrónicas.

Outro contributo de peso da Teoria das Probabilidades para o mundo moderno reporta-se à Biologia e à Genética, mais propriamente à Hereditariedade, campo em que Gregor Mendel se tornou pioneiro.

Este monge austríaco, já no século XIX, iniciou um estudo de hereditariedade, no qual realizava experiências sobre cruzamentos das ervilheiras de cheiro. Sobre isto publicou uma obra ("A Matemática de Hereditariedade"), que marcou uma época de grandes aplicações probabilísticas no campo da Biologia.



Segundo Mendel, os gâmetas juntar-se-iam aleatoriamente, cada um transportando um factor (ou gene) capaz de codificar determinada característica. Para os geneticistas, o gene responsável pelo sexo de uma pessoa seria ou o Y (masculino) ou o X (feminino) e daí tiramos que a probabilidade de uma criança ser do sexo masculino ou feminino seria de 50%.

Os gâmetas seriam então como as duas faces da mesma moeda, uma X, outra Y, sendo 0,5 a probabilidade de ocorrência de cada um dos casos.

Também Mendel tirara estas conclusões, mas tomara o cuidado de observar um grande número de indivíduos. A lei estatística do monge era não mais que a lei dos Grandes Números, a mesma usada no cálculo probabilístico em jogos de dados ou cartas, ou qualquer jogo de azar.

É engraçado verificar que mesmo aqui se realizam combinações de genes, de um modo mais simples, através daquilo a que se chama xadrez mendeliano.

Mas é talvez no campo da Estatística que as Probabilidades ganham mais relevo.

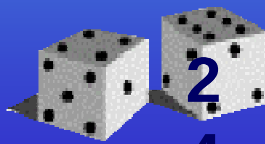
Na política por exemplo, consegue-se fazer previsões, relativamente próximas, de qual o candidato vencedor.

São projecções adiantadas por órgãos próprios que conduziram inquéritos e entrevistas numa amostra significativa, um conjunto representativo da população em estudo, que depois de tratados, podem dar origem a uma conclusão generalizada dos resultados. Esta baseia-se também num tratamento probabilístico dos dados.

Numa outra análise, é curioso verificar que mesmo a nível militar o cálculo probabilístico assume grande importância. As estratégias de ataque e defesa, principalmente durante o período da 2ª Guerra Mundial, desenvolveram-se muito com base em estrategas e matemáticos cujo plano de batalha recorria diversas vezes ao estudo probabilístico.

Mas as aplicações da Teoria das Probabilidades não se reportam apenas a estes campos.

Na verdade até em Ecologia podemos encontrar as probabilidades como modo de alcançar um outro fim.



Conclusão

Sempre utilizámos o conceito de probabilidade, umas vezes com maior correcção que outras, mas de um modo quase intuitivo, isto porque a sua utilidade no dia-a-dia é inegável e a facilidade com que realizamos operações de probabilidade torna-a muito acessível.

No entanto, ao transferi-la para um plano matemático aumentamos de tal modo a sua complexidade que se torna difícil defini-la.

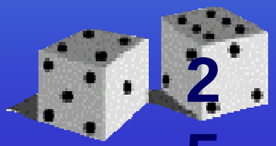
Ao longo deste trabalho aprofundamos ainda um pouco mais as nossas noções probabilísticas e contextualizamos no tempo e no espaço a evolução desta teoria que esperamos ter conseguido definir e explicar o mais claramente possível.

Elaborar este trabalho demonstrou ser uma experiência muito interessante, e descobrimos factos acerca da Teoria das Probabilidades que a conseguiram tornar objecto de grande curiosidade.

O nosso grupo experimentou diversas dificuldades, contudo conseguimos ultrapassá-las com algum esforço e trabalhando sempre em conjunto.

Tentamos abordar a Teoria das Probabilidades de um modo leve e por vezes até humorístico porque, na nossa opinião, este é um assunto que recorre por demais à lógica e que por isso deve ser tratado com ligeireza.

Esperamos que este trabalho agrade tanto ao leitor como a nós, que o realizamos.



Bibliografia

•Enciclopédia Universal Texto Editora
•História da Matemática
•Enciclopédia Fundamental Verbo
•Diciopédia 99 – Porto Editora
•Microsoft Encarta 1999
•Probabilidades e Combinatória –12ºano
•Internet